

Liaison école/ collège 2011- 2012

Mathématiques: La proportionnalité

La proportionnalité est une notion centrale; une bonne maîtrise par les élèves des connaissances relatives à ce thème est fondamentale, aussi bien pour son usage dans la vie courante, son utilisation dans diverses disciplines ou dans le cadre professionnel que pour son importance dans divers domaines des mathématiques et des autres disciplines. La proportionnalité est partout et pourtant son apprentissage ne va pas de soi ...

L'enseignement de la notion de proportionnalité doit également être mise en parallèle avec les acquis de la recherche en didactique des mathématiques. A l'heure actuelle, la résolution de problèmes devrait occuper une place centrale dans la conception de dispositifs d'enseignement. Toutefois, il ne s'agit plus comme par le passé, d'amener les élèves à résoudre des classes de problèmes – identifiées par une technique de résolution précise - mais bien de développer des situations qui posent problème aux élèves, qui les obligent à réfléchir, à remettre en cause leurs connaissances, à franchir un pas supplémentaire dans la compréhension du concept et ainsi à se construire de nouveaux outils...

Il apparaît essentiel d'**inscrire l'enseignement de la proportionnalité dans la durée**; cela nécessite d'établir et de développer des articulations entre l'enseignement dispensé en fin d'école élémentaire et au début du secondaire.

Il est important que les élèves soient confrontés à des situations **dans des contextes variés**, notamment en exploitant des situations empruntées à d'autres disciplines ou à des questions de société.

- Grandeurs et mesures (prix en fonction du poids, vitesse d'un objet, ...)
- Géométrie: agrandissement d'une figure

Comment enseigner cette notion au cycle 3?

La progression de l'enseignement de cette notion se conçoit sur le cycle. Voici quelques éléments d'aide à la conception de cette progression:

1 Varier les contextes

Il est important que les élèves soient confrontés à des situations dans des contextes variés, notamment en exploitant des situations empruntées à d'autres disciplines ou à des questions de société.

- Grandeurs (prix en fonction du poids, vitesse d'un objet,
- Géométrie: agrandissement d'une figure

Présenter également des situations de proportionnalité dans d'autres disciplines que les mathématiques.

2 Proposer une progression des nombres proposés

Introduire progressivement des nombres, commencer par les naturels, puis les décimaux et enfin les rationnels

3 Diversifier le type de présentation des problèmes

- Reconnaître, à partir d'une série de données, si l'hypothèse de proportionnalité peut être formulée ou non ;
- Rechercher une ou plusieurs données manquantes dans une situation de proportionnalité (problème de recherche de quatrième proportionnelle) ;
- Comparer des proportions (par exemple des mélanges : tel mélange eau-sucre est il plus ou moins sucré que tel autre ?) ;
- Passer du cadre des grandeurs ou du cadre numérique au cadre graphique et inversement.

4 Diversifier les techniques de résolution

- Additions
- Multiplications
- Combinaison des deux
- Coefficient de proportionnalité
- Produit en croix
- Représentation graphique

L'utilisation d'un tableau n'est pas un objectif. Les raisonnements sont privilégiés, dans les formes avec lesquelles les élèves les utilisent.

Il n'existe pas de méthode unique de résolution à privilégier. Pour que les élèves aient réellement le choix, il est indispensable qu'ils aient rencontré et travaillé tous les procédés en question. Dans un premier temps, il faut donc orienter et diversifier les démarches de résolution pour que les élèves les maîtrisent et puissent faire leur choix en connaissance de cause.

Aujourd'hui, l'accent n'est plus tant mis sur l'application des techniques de résolution mais davantage sur la perception d'une relation particulière entre deux grandeurs.

L'enseignant ajuste sa gestion de la classe de manière à, par exemple, :

- éviter d'imposer un type particulier de résolution de problème,
- confronter, en classe, les différentes résolutions des élèves,
- travailler et comparer les différentes procédures,
- opérer constamment des aller-retour entre concret et abstrait,
- respecter une gradation,
- varier les nombres en jeu,
- adapter les variables didactiques,
- ...

5 S'appuyer sur les typologies de problèmes: 3 types de problèmes selon Gérard Vergnaud .

A l'école élémentaire, privilégier, la proportionnalité simple et directe et la proportionnalité simple et composée

- **1. La proportionnalité simple et directe: problèmes qui peuvent se résoudre avec un seul calcul**

Exemples d'activités en CM1

Cap maths CM1 (édition 2010)

- Les bandes de papiers (manuel p 83 nombres entiers)
- Utiliser diverses procédures Cap maths CM1, p 137: le prix des cahiers (nombres entiers)
- Reconnaître une situation de proportionnalité:
 - p 138: le prix du chocolat (nombres entiers)
 - p 158: six pour le prix de quatre (nombres décimaux)

Exemples d'activités en CM2

Cap maths CM2 (édition 2010)

- Passer par l'unité: p 43 du chocolat pour chacun (nombres entiers)

Banque de problèmes

1 dictionnaire coûte 38€. Combien coûtent 8 dictionnaires?

Le prix d'un mètre de fil coûte 12 €. Combien coûtent 4,5 mètres de fil?

L'achat de 12 dictionnaires identiques a coûté 372 €. Quel est le prix d'un seul dictionnaire?

Une fermière range 48 œufs dans des boites de 6 Œufs. Combien de boites remplit-elle?

Un électricien a acheté du câble à 3€ le mètre. Il a payé 270 €. Quelle longueur de câble a-t-il acheté?

A l'œil nu, un objet mesure 14 mm de long. On observe cet objet à la loupe qui grossit 5 fois les objets. Quel est la longueur de l'objet vu à la loupe?

Si un article coûte 3 €, alors 4 articles coûtent €.

Si trois objets pèsent 6 kg, alors un objet pèse kg.

9 kg de pommes coûtent 8 € donc 18 kg de ce fruit coûtent €.

Si 15 cubes identiques occupent 27 cm³ alors 5 cubes occupent cm³.

Avec 3 verres je remplis 0,27 L, donc je peux remplir L avec 9 verres. Quand j'achète 3,5 kg de carottes, je paie 5,95 €. Je paierai€ si j'en prends 7 kg.

- **2. La proportionnalité simple composée:** il existe deux relations simples, ces problèmes exigent au moins deux calculs.

Cap maths CM2

- Utiliser la procédure de son choix (p 75 des euros contre des francs suisses)

Banque de problèmes

Un train a 5 wagons. Chaque jour, il transporte 30 passagers par wagon. Combien aura-t-il transporté de passagers au bout de 10 jours?

Aurélie a acheté plusieurs colliers de perles pour un prix total de 135 €. Une perle coûte 3€ et chaque collier contient 15 perles. Combien de colliers Aurélie a-t-elle acheté?

Pour faire de la confiture, on a récolté 15 paniers de framboises.. Il faut 3 verres doseurs de sucre par panier de fruits. Le poids total de sucre nécessaire est 33,750kg. Quelle masse de sucre le verre doseur contient il?

• **3. La proportionnalité multiple:**

CM1

Cap maths CM1, la boîte cadeau p 161

CM2

- Le livre le plus illustré p 81 (nombres entiers) , vers les pourcentages
- Chez le pâtissier p 103, 104, 105 vers les pourcentages (nombres entiers et écritures fractionnaires)
- Les échelles p 118, 119
- La vitesse moyenne p 146, 147

Quelques problèmes

- En cinq minutes, une machine d'imprimerie effectue le tirage de cinquante journaux.
- Clément : « Donc, en dix minutes, deux machines tireront cent journaux. »
- Didier : « Pas du tout, en dix minutes, une seule machine tirera cent journaux. »
- Estelle : « Finalement, en dix minutes, deux machines tireront deux cent journaux. »
 - a) Quels sont les élèves qui ont raison ?
 - b) Au ait ! En un quart d'heure, combien de journaux trois machines tireront elles?

Voici le texte d'un vieux problème : « un jardinier met 2 heures pour bêcher un jardin. Son voisin, qui a moins l'habitude, met trois heures pour faire le même travail. Ils décident de travailler ensemble. Combien vont-ils mettre de temps pour bêcher ce jardin ? »

6 Calcul mental et proportionnalité :

CM1:

Capmaths CM 1, édition 2010:

- Problèmes dictés utilisant la proportionnalité p 91

Les problèmes donnés sont du type Calculo a acheté 5 stylos et il a payé 4€. Numérix en a acheté 10. Combien a -t-il payé?

- Problèmes dictés: boîtes d'œufs p 103
- Problèmes dictés: constructions de barres avec des cubes p 113
- Problèmes dictés: achat de bonbons p 117
- Problèmes dictés: mesures de distances p 123
- Problèmes dictés: le moins cher p 127

CM2

Capmaths CM2 édition 2010:

- Recette de cuisine p 59 (nombres entiers et fractions)
- Recette de cuisine p 75
- Situations de proportionnalité complexes, avec des nombres décimaux p 95
- Reconnaître une situation de proportionnalité p 107, p 113

7 Différenciation pédagogique

Proposer aux élèves les plus fragiles dans ce domaine, des situations adaptées:

1. des problèmes de type 1
2. des situations avec des nombres naturels
3. des aides à la représentation de la situation (tableaux, données chiffrées, graphiques)

Quelques liens utiles:

Le matou matheux en CM2

<http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/proportionnalite/CM2/accueilCM.htm>

Les problèmes de proportionnalité: exemple de séquence

<http://www.ac-grenoble.fr/ien.g4/spip.php?article221>

La proportionnalité et la structure multiplicative

http://wheb.ac-reims.fr/ia51reims3/IMG/pdf/La_structure_multiplicative_et_la_Proportionnalite_aux_C2_et_C3.pdf

Situations problèmes CM2 6ème

<http://www2.ac-lyon.fr/etab/ien/rhone/vaulx/pdf/cm2.pdf>

Quelques éléments du texte «LES DIFFICULTES D'ENSEIGNEMENT DE LA PROPORTIONNALITE A L'ECOLE ET AU COLLEGE»

Eugène Comin

<http://www.didmar.univ-rennes1.fr/seminaire/Actes/20012002/Comin.pdf>