

MATHADOR

1 Obstacles aux apprentissages repérés chez certains élèves, en calcul mental

2 Points d'appui en lien avec les programmes B. O n °3 19 juin 2008

3 Pistes pédagogiques

1 Obstacles aux apprentissages repérés chez certains élèves, en calcul mental

- **Le jeu et le rapport aux savoirs**

L'ensemble des tâches à mettre en œuvre, dans la résolution d'un Mathador, brouille la hiérarchie des apprentissages pour certains élèves. Par ailleurs, il s'agit d'une tâche motivante et ludique qui induit pour certains, un malentendu sur l'enjeu cognitif (le calcul mental) qui par conséquent, fait obstacle aux apprentissages, d'où la nécessité de verbaliser régulièrement, les notions de calcul mental en jeu, suite à la résolution d'un Mathador.

- **Les obstacles liés aux objets mathématiques**

Les objets mathématiques peuvent se ranger en connaissances simples ou en procédures. Certaines connaissances ne sont pas installées ou sont peu liées entre elles, donc impossibles à récupérer. Elles peuvent aussi être installées de façon erronée.

A un concept, en cours de construction s'attachent des représentations mentales, par exemple:

- $31 - 18$: (certains disent: $1 - 8$ on ne peut pas alors on fait $8-1$) C'est une procédure à démonter pour la reconstruire.
- $11 - 8$: certains répondent 4, car ils partent de 8: c'est moins une procédure qu'une mauvaise représentation du nombre et des intervalles.
- C'est la stabilité des erreurs qui est à interroger. Quelles procédures utilise l'élève pour faire toujours les mêmes erreurs?

Les élèves qui ont des difficultés à calculer :

- capitalisent mal les notions à retenir
- identifient mal les savoirs en jeu dans la situation d'enseignement (certains ne voient qu'une nouvelle situation de comptage à chaque séance).
- manquent de méthodes

- cherchent souvent à faire fonctionner de manière automatisée des règles , essaient de «coller» des stratégies appliquées lors de la séance précédente, alors qu'elles ont devenues inopérantes.
- mobilisent les stratégies les plus coûteuses. La faiblesse des connaissances entraîne une surcharge cognitive, lors des activités.
- ne manifestent pas de comportement de recherche, n'entrent pas dans le processus de compréhension.

Le but de l'enseignant est de transmettre des savoirs qui soient transférables pour l'élève. La disponibilité des savoirs se mesure à l'efficacité à les réinvestir.

- **Les obstacles liés à la mémorisation**

Certains enfants mémorisent rapidement les tables d'addition ou de multiplication, d'autres non. Si l'entraînement est indispensable, il n'est pas le seul ressort de la mémorisation. Une bonne représentation mentale des nombres, la compréhension des opérations en jeu et une élaboration progressive des résultats constituent l'autre facette, tout aussi indispensable de l'aide à la mémorisation. Comment développer ces savoirs et procédures? Comment l'élève peut apprendre à organiser, planifier, anticiper ses actions?

Donner de l'importance à la représentation des nombres , elle est intériorisée en prenant appui sur des représentations:

- imagées: dés, dominos, jeux de cartes
- symboliques : codage chiffré, verbal littérales.

Il est important dans les premiers apprentissages de consolider les représentations imagées.

- **Les obstacles liés à des causes psychologiques**

La réussite en maths dépend de l'idée que l'enfant se fait, mais également, de l'idée que la famille s'en fait.

- **En conclusion**

Les élèves en difficulté en mathématiques ont souvent une représentation statique de l'activité se limitant à l'exécution de tâches ponctuelles; l'activité est alors très peu orientée vers le questionnement, l'engagement dans une démarche ou dans l'anticipation. Or, trouver le résultat d'un calcul donné, c'est anticiper sur une transformation portant sur des quantités, c'est prendre conscience de la puissance de la démarche. Les élèves les plus fragiles se replient dans des

démarches «qui ont fait leur preuve». Les savoirs nouveaux paraissent trop risqués. Ils construisent parfois, des stratégies de calculs erronées.

Afin d'aider les élèves présentant des difficultés en calcul mental, évaluer les acquis, en se servant des fondamentaux énoncés ci dessus:

- leurs méthodes de travail
- les conceptions
- les procédures employées
- leur capacité d'attention
- leurs connaissances antérieures (si l'élève ne connaît pas les doubles et moitiés inférieurs à 10 en cycle 3, cela devient une priorité dans les apprentissages).
- Leur capacité à mémoriser des connaissances
- leur besoin de réassurance et de confiance en leurs compétences en mathématiques (les compétences maîtrisées sont connues de l'élève, ils peuvent mesurer les progrès réalisés)
- l'explicitation des enjeux essentiels

2 Points d'appui en lien avec les programmes B. O n °3 19 juin 2008

- **Progressions**

Calcul réfléchi: signifie que l'automatisation n'est pas exigée, les procédures sont diverses, les élèves choisissent la mieux adaptée de leur point de vue. Avant mémorisation, tout calcul a le plus souvent d'abord été obtenu au moyen d'un calcul réfléchi, pendant un temps plus ou moins long.

Procédure automatisée: Une procédure est automatisée quand elle est restituée par l'élève pour effectuer un calcul sans que celui ci la reconstruise (Boule 1997) . l'élève doit non seulement apprendre diverses procédures, mais il doit de plus les automatiser, les mobiliser régulièrement. Pour résoudre un Mathador, dans un temps limité, les élèves doivent utiliser un maximum de procédures automatisées, d'où la nécessité de les travailler régulièrement en classe

Calcul/ comptage: Le comptage et le calcul ne relèvent pas du même niveau de conceptualisation, d'où la nécessité d'amener les élèves à percevoir l'importance du calcul. Le Mathador est un exercice intéressant pour percevoir cet intérêt.

Les calculs sont automatisés et mémorisés progressivement. Pour faciliter la mémorisation, les élèves s'appuient sur:

- le passage par la dizaine
- le passage par les doubles
- des propriétés comme:
 - Multiplier par 4, c'est multiplier par 2 puis par 2
 - multiplier par 6, c'est multiplier par 2 puis par 3
- les propriétés des des opérations comme la commutativité ou l'associativité.

La mémorisation est favorisée par l'entraînement et par la diversité des représentations mises en jeu, par l'utilisation de ce que l'on sait pour obtenir de nouveaux résultats.

Les élèves peuvent, sur l'ensemble du cycle 3, construire un répertoire, complété, organisé et structuré progressivement.

- **Connaissances et procédures utiles au Mathador, mémorisables au cycle 3**

Domaine de l'addition et de la soustraction

Se servir de points d'appui (les doubles, la commutativité, la décomposition des nombres ...)

- Connaître les doubles
- Maîtriser le répertoire additif: somme de deux nombres entiers inférieurs à 10, compléments, différences et décompositions associées
- Utiliser la commutativité de l'addition : $8 + 5 = 5 + 8$
- Utiliser la décomposition par rapport à 5: $8 + 7 = 5 + 3 + 5 + 2 = 10 + 3 + 2 = 10 + 5$
- Utiliser le passage à la dizaine $8 + 5 = 8 + 2 + 3$
- Ajouter ou retrancher des dizaines
- Ajouter ou retrancher 1, 2 et 5 pour les nombres inférieurs à 20
- Ajouter ou soustraire un nombre entier à un nombre quelconque (sans retenue, puis avec retenue)
- Décomposer un nombre inférieur à 10 à l'aide du nombre 5
- Décomposer un nombre inférieur à 20, à l'aide du nombre 10
- Décomposer un nombre inférieur à 10, sous forme additive
- Calculer des compléments d'un nombre à la dizaine supérieure

Domaine de la multiplication et de la division

- Se servir de points d'appui (8×6 , c'est 8 de plus que 8×5 ...)
- Compter de n en n
- Maîtriser le répertoire multiplicatif, la recherche d'un facteur, d'un quotient et décompositions associées: $? = 8 \times 9$; $8 \times ? = 72$; $72 : 9 =$ $72 = 3 \times 3 \times 8$; $72 = 3 \times 3 \times 2 \times 4$...
- Utiliser la commutativité de la multiplication $7 \times 6 = 6 \times 7$
- Utiliser la connaissance des tables de multiplication pour répondre à combien de fois 3 dans 27 par exemple.
- Situer un nombre entre deux résultats dans une table de multiplication
- Calculer les doubles et les moitiés des nombres inférieurs à 10
- Connaître les doubles et les moitiés des nombres 10, 20, 30 ...
- Calculer les quadruples et les quarts
- Savoir que multiplier par 4, c'est multiplier par 2, puis par 2

Produits égaux

- Trouver différentes écritures d'un même nombre
- Décomposer un nombre en produits de facteurs
- Multiplier un nombre à un chiffre par 11, 12, 19
- Décomposer un nombre sous forme de produits de 2 ou plusieurs facteurs

3 Pistes pédagogiques

- **Activités d'entraînement en lien ou non avec les tirages des nombres du Mathador**
 - **Additions et soustractions**

Ajouter et retrancher 1, en particulier pour les nombres inférieurs à 20

Ajouter et retrancher 2, en particulier pour les nombres inférieurs à 20

Ajouter et retrancher 5, en particulier pour les nombres inférieurs à 20,

Compter de 2 en 2, de 3 en 3, de 5 en 5

Décomposer un nombre inférieur à 10 à l'aide du nombre 5 ($18 = 5 + 5 + 5 + 3 = 3 \times 5 + 3$)

Décomposer un nombre inférieur ou égal à 20 avec 10. ($25 = 10 + 10 + 5 = 2 \times 10 + 5$)

Maîtrise du répertoire additif: $6 + 7 =$; $6 + ? = 13$; $13 - 6 =$; $13 - ? =$; $13 - ? = 6$

Décomposer des nombres pour qu'ils se calculent plus rapidement : $53 - 7 = 50 - 3 - 4 =$

Décomposer en utilisant des doubles: $37 + 7$ ou $7 + 7 + 30$

Calculer en avançant (si les deux nombres sont proches l'un de l'autre ($31 - 18 : 18$ pour aller à 20 puis 20 pour aller à 30, puis, 30 pour aller à 31)

Pivoter des nombres: $3 + 9 = 10 + 2$ ou $31 - 18$ c'est $30 - 20 + 2$

Compléments à 10 ou à 20: ($8 + ? = 10$) ($18 + ? = 20$ ou $7 + ? = 20$)

- **Multiplications et divisions**

$8X? = 48$;

Demander de trouver des décompositions multiplicatives: par exemple trouver la décomposition multiplicative de 48, à 2 facteurs, 3 facteurs, 4 facteurs:

Faire le lien entre multiplication et division $8 X ? = 48$ ou $48 : 8 = ? \dots$)

- **Utiliser les 4 opérations**

Enchaîner les 4 opérations: la farandole des nombres

$$\boxed{4} \times 2 \quad \boxed{} - 3 \quad \boxed{} + 10 \quad \boxed{} / 5 \quad \boxed{3}$$

Trouver plusieurs enchaînements d'opérations à partir des 3 chiffres :

Trois chiffres sont proposés: 2 3 7, quels nombres peut – on écrire en utilisant ces 3 chiffres et deux signes opératoires?

- **Activités préparatoires en lien avec les nombres du Mathador**

Afin de favoriser le réinvestissement des faits numériques ou de procédures de calculs, il est préférable de présenter le même calcul de différentes manières.

Exemple avec le nombre cible 18: et 1 - 2 - 3 - 6 - 17

- Ne présenter que 18 et demander aux élèves de trouver toutes les propriétés de 18: nombre pair, $10 + 8$; $5 + 5 + 5 + 3$; ou $5 X 3 + 8\dots$; c'est un multiple de 2, de 3, de 6, de 9

- A partir des chiffres donnés :

En utilisant uniquement des additions et des soustractions , trouver plusieurs façons de faire 18 :
 $17 + 1 =$; $17 + 2 - 1$; $17 + 3 - 2$; $17 + 6 - 3 - 2$;

- Donner le double de 18, le triple de 18, la moitié de 18, peut on trouver le quart de 18?

Demander le résultat ($6 X 3 = 18$ ou $6 X 2 = 18$) , un des facteurs ($6 X ? = 18$) , les deux facteurs

(? X? = 18) , de trouver toutes les décompositions multiplicatives (9 X 2; 6 X 3 ; , faire le lien avec la division (18: 3 =?) : résultat de la division, demander le quotient, faire le lien avec la notion de multiple (18 est multiple de 6, de 3, de 9, de 2), de diviseur (6, 2, 3 sont des diviseurs de 18, ...)

- Trouver plusieurs façons de faire 1:

(6: 3) = 2; 2 - 1; 3 - 2; 3 - 2: 1; 6 - (3+2);

- Réinvestir ce fait numérique dans des faits plus complexes, faire le lien avec les écritures fractionnaires.

Exemple avec les nombres du 4 ème tirage (T4)

Nombres :3 - 8- 6 - 9 -4 Cible 39

Élaborer la carte d'identité du nombre 39 :

10 + 10 + 10 + 9 ou 3 X 10 + 9

C'est un multiple de 3 , de 13

39/13= 3 39/3 = 13

39X 3 = 117

c'est le triple de 13

3 est un diviseur de 39

...

Trouver plusieurs façons de faire 39 avec des additions, soustractions et multiplications:

C'est 27 + 3 + 9

9 X 4 + 3

9X 4 + 6 - 3

9 X 6 - (8 + 4 + 3)

3 X 8 + 6 + 9

Proposer toutes les divisions possibles (le résultat étant un entier)

9/ 3 8/4 6 / 3 (les écrire sous forme de division ou de multiplication à trous)

Trouver 39 avec au moins une division :

8 X 6 = 48 48 - 9 = 39 4- 3 = 1 39:1 = 39

Exemple : 4 - 12 - 2 - 9 - 3 cible 47

Carte du nombre 47

Nombre impair

$$10 + 10 + 10 + 10 + 7 \text{ ou } 10 \times 4 + 7 \text{ ou } (4 \times 9) + (12 - 3)$$

$$5 \times 9 + 2$$

ne se trouve pas dans les tables de multiplication.

$$47 = 48 - 1$$

$$47 = (4 \times 12) - (3 - 2)$$

$$48 = 4 \times 12 = 4 \times 4 \times 3$$

Exemple : Nombres: 2 - 6 - 3 - 7 - 5 Cible 31

Carte d'identité de 31

(Pour les enseignants: 31 est un nombre premier)

$$30 + 1 \text{ ou } 10 \times 3 + 1 \text{ ou } (5 \times 6) + 1$$

n'est pas dans les tables de multiplication

se trouve entre 30 et 32

30 est multiple de 2, 3, 5 et 10

32 est multiple de 2

31 est la moitié de 62

31 est le tiers de 93

Trouver plusieurs enchaînements d'opérations à partir de 3 nombres:

$$6 - 7 - 3$$

Trouver plusieurs enchaînements d'opérations à partir de 3 nombres:

$$6 - 7 - 3 - 5$$

Faire 31 en commençant par chercher 60:

$$6 \times (7 + 3) : 2 + (3 - 2)$$

Activités d'entraînement pour manipuler les nombres et enchaîner les opérations :

Trouver plusieurs enchaînements d'opérations à partir de 3 nombres: 4; 12; 9

Exemples de réponses attendues:

$$4 + 12 \times 9 = 39 ; (12 - 4) \times 9 = 72; 12 / 4 + 9 = 12 \dots$$

Trouver plusieurs enchaînements d'opérations à partir de 3 nombres: 4; 12; 9 ; 2 :

Faire la farandole des nombres: (compléter les cases)

$$\begin{array}{cccc} \boxed{9} & \times & 4 & \boxed{} & + & 12 & \boxed{} & - & 1 & \boxed{} \end{array}$$